## 基础课03 等式性质与不等式性质

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 设,,,则有（ A ）.

A. B. C. D.

[解析],

.故选.

2. 若，，为实数，且，，则下列不等关系一定成立的是（ C ）.

A. B. C. D.

[解析]对于，由不等式的基本性质知，若，，则，故 错误；

对于，由不等式的基本性质知，若，，则，故 错误；

对于，由不等式的基本性质知，，故 正确；

对于，,,无法比较，故 错误.故选.

3. 若,满足，则的取值范围是（ A ）.

A. , B. , C. , D. ,

[解析]由，可得，

由，可得，

因为，所以，

可得，即 的取值范围是,.故选.

4. 如果，，那么下列不等式一定成立的是（ D ）.

A. B. C. D.

[解析]由选项可知，仅需要比较,,三个数的大小，

显然,，所以 最大，

由，可得，

所以，即，

故.故选.

5. 若实数，满足，则下列不等式一定成立的是（ D ）.

A. B. C. D.

[解析]因为，所以，

显然，所以，

所以 或 解得 或.

若，则，，，；

若，则，，，.故选.

6. 若数列为等差数列，数列为等比数列，则下列不等式一定成立的是（ D ）.

A. B. C. D.

[解析]若，则,,,，

可得，故 错误；

若，则,,,，可得，故 错误；

若，则,,,，可得，故 错误；

不妨设 的首项为，公差为，则，，所以，故 正确.故选.

7. 已知，则（ D ）.

A. B.

C. D.

[解析]对于，若,，则，故 错误.

对于，因为，所以，又 为增函数，所以，故 错误.

对于，若,，则，故 错误.

对于，若，则,，函数 在 上单调递增，所以；若，,，函数 在 上单调递增，所以；

若，则，故 正确.故选.

8. 若，则下列结论正确的是（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]，，，故 错误;

，,，,故 正确;

, ， ,故 错误;

令 ,，此时,,则 ,故 错误.故选.

#### 综合提升练

9. （多选题）若，则下列四个不等式成立的是（ ABC ）.

A. B.

C. D.

[解析]，，，,故,正确；

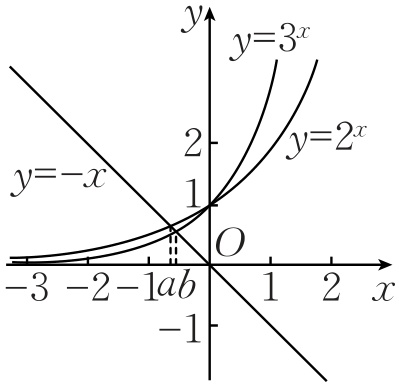
，，，，故 正确；

当,时，，故 不正确.故选.

10. （多选题）已知，分别是方程，的实数根，则下列不等式成立的是（ BD ）.

A. B. C. D.

[解析]作出函数,,在同一平面直角坐标系中的图象如图所示,



由图可知，

所以,,,

所以,,

所以，.

故选.

11. 已知实数，，满足，且，则的取值范围是,.

[解析]因为，且，

所以,，,所以,即,即，又,所以,即，所以 的取值范围是,.

12. 设二次函数，若函数的值域为，且，则的取值范围为  .

[解析]依题意得，二次函数 图象的对称轴为直线，

的值域为，

且，即，，即，,

由，即，得.

，

且（当且仅当 时，等号成立），

，

.

#### 应用情境练

13. 若，，设，则的最小值为  .

[解析]因为

,

当且仅当，时，等号成立,

所以 的最小值为.

14. 已知某投资机构从事一项投资，第一次投入本金元，得到的利润是元，收益率为.假设在第一次投资的基础上，此机构每次都定期追加投资元，得到的利润也每次都增加了元，若要使得该项投资的总收益率是增加的，则  .（选填“ ”“ ”“ ”或“ ”）

[解析]由题意得，设追加了 次投资，则 次投资后收益率为，

若该项投资的总收益率是增加的，则 对任意成立，

即 对任意成立，

,,,,即.

#### 创新拓展练

15*.*(2024·九省适应性测试)以max *M*表示数集*M*中最大的数*.*设0*<a<b<c<*1,已知*b*≥2*a*或*a+b*≤1,则max{*b-a*,*c-b*,1*-c*}的最小值为*.*

[解析]令*b-a=m*,*c-b=n*,1*-c=p*,其中*m*,*n*,*p>*0,

则

若*b*≥2*a*,则*b=*1*-n-p*≥2(1*-m-n-p*),故2*m+n+p*≥1,

令*k=*max{*b-a*,*c-b*,1*-c*}*=*max{*m*,*n*,*p*},

因此故4*k*≥2*m+n+p*≥1,则*k*≥,

当且仅当*m=n=p*时,等号成立*.*

若*a+b*≤1,则1*-n-p+*1*-m-n-p*≤1,即*m+*2*n+*2*p*≥1,

令*k=*max{*b-a*,*c-b*,1*-c*}*=*max{*m*,*n*,*p*},

由得5*k*≥*m+*2*n+*2*p*≥1,则*k*≥,

当且仅当*m=n=p*时,等号成立*.*

综上可知,max{*b-a*,*c-b*,1*-c*}的最小值为*.*

16. 设二次函数，其图象过点，且与直线有交点.

（1）求证：.

（2）若直线与函数的图象从左到右依次交于，，，四点，且线段,,能构成钝角三角形，求的取值范围.

[解析]（1）依题意得,，，

所以，,,

所以，

所以.

又因为函数 的图象与直线 有交点，

所以方程,即 有实根，

即,

所以，解得 或.

综上，.

（2）依题意得，点 与点，点 与点 关于二次函数 图象的对称轴对称，

设，.

因为线段，，能构成钝角三角形，

所以 得，

所以，

故.

设，是方程 的两个根，则,,

所以，

设，是方程 的两个根，则,,

所以，

所以，解得，故 的取值范围是,.